

محاضرات الدفتر

القسم : رياضيات / جبر السنة : الرابعة المادة : نظرية الشبكات والمحاضرة : السابعة

الشبكة A - معمة :

تكون في شبكة تلك الشجر الذي هو \emptyset لان هذا الترتيب ينطبق مع رتبة الشبكة الدنيا.

تعريف :
ليكن x عنصر ما بين الشبكة A ما إذا ندمو الشجر الذي \emptyset (الجمعة)

أو $x \in A$ $y \in E$ $\{y\} \cup A$ - قسم للشجر x
ندمو الشبكة A - معمة اذا كانت جميع عناصرها تلك A - قسم

مثال :

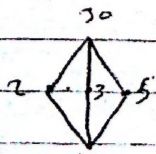
تكون x شبكة الجوانب المستوية (خربة بلاطة الدجوى) في هذا الشكل
فهذه الشبكة لا تكون في المثال السابقة معمة ، ولكن A - معمة وذلك لأنه اذا ما غت
 x جمعة مستوية فإنه توجد احدى جمعة مفتوحة غير متقاطعة مع x وهي $x \in E$ (فاجعة)
(عالمية $x \in E$)

ملاحظات :

1- يمكن ان يعرف الشبكة V - قسم

الشبكة المعمة ليست بالضرورة A - معمة

مثال :



الشبكة $\{1, 2, 3, 4\}$ مع عمدة قسم

شبكة الجوانب المستوية

$\{1, 2, 3, 4\} \cup A = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{5\}$ لان $\{5\}$ غير احدى الجوانب المستوية

لذلك A - قسم ان الشبكة ليست A - معمة

مبرهنة :

كل شبكة توريثية في معمة تكون A - معمة

البرهان :

لكن في شبكة توريثية معمة وليكن $x \in E$ و x قسم x منكم $x \in A$ لنفرض

$x \in A$ $y \in E$ فيكون

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$(y \wedge x) \wedge x = y \wedge (x \wedge x) = y \wedge 0 = 0 = y \wedge x$$

$$(y \wedge x) \vee x = (y \vee x) \wedge (x \vee x) = (y \vee x) \wedge 1 = y \vee x \Rightarrow$$

بالتساوي ان $x = y$

$$x \vee 0 = y \vee 0$$

$$x \wedge 1 = y \wedge 1 \Rightarrow x = y$$

$$y \wedge x = y \Rightarrow y \leq x$$

أي أن x هو العنصر الأكبر للجموعة $\{y \in E : y \wedge x = 0\}$ وبالتالي فهو 1 - صم
للتعريف بأنه اختيارية فإن الشبكة هي شبكة 1 - صم

تعريف :

لتكن (I, \leq) سلسلة من العنصر حيث مجموعة الأداة $I = \{1, 2, \dots, n\}$
(مجموعة بالترتيب الجيني) مضمنة في المجموعة الجار $E = \prod_{i \in I} E_i$ العلاقة R بالتي

$$x_i = y_i \quad \forall i \in I$$

$$(x_i) R (y_i) \Leftrightarrow \text{أو } x_k \leq y_k \text{ حيث } k \neq i$$

$$x_k \neq y_k \text{ حيث } k \neq i$$

(a) R هي علاقة ترتيب في E (والتي نسميها بالترتيب *lexicographic*)

(b) R هي 1 - صم إذا كانت E سلسلة 1 - صم E_i هي سلسلة 1 - صم مع الترتيب العكسي

(c) لتكن R مجموعة الأعداد الحقيقية مع الترتيب العكسي E_i بالترتيب 1 - صم R هي علاقة 1 - صم

- مجموعة الحدود العليا للنقطة (x, y) في حالة ترتيب الجار

- مجموعة الحدود الدنيا للنقطة (x, y) في حالة الترتيب العكسي

المثل :

$$\forall (x_i) \in E \quad (x_i) = (x_i) \Rightarrow x_i = x_i \quad \forall i \in I \Rightarrow (x_i) R (x_i)$$

R انعكاسية

$$\forall (x_i), (y_i) \in E \quad (x_i) R (y_i) \wedge (y_i) R (x_i) \Rightarrow$$

$$x_i = y_i \quad \forall i \in I \Rightarrow (x_i) = (y_i)$$

$$x_k \leq y_k \wedge y_k \leq x_k \Rightarrow x_k = y_k \quad \forall k \neq i$$

حيث $k \neq i$ فذلك يعني $x_k = y_k$ حيث $k \neq i$ فذلك يعني $x_k = y_k$ حيث $k \neq i$

$$\Rightarrow x_k = y_k \Rightarrow (x_i) = (y_i) \Rightarrow R \text{ متبادلة}$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$\forall (x_i), (y_i), (z_i) \in E \quad (x_i) R (y_i) \wedge (y_i) R (z_i) \Rightarrow$$

$$- x_i = y_i \wedge y_i = z_i \quad \forall i \in I \Rightarrow x_i = z_i \quad \forall i \in I \Rightarrow (x_i) R (z_i)$$

$$- x_i = y_i \quad \forall i \in I \wedge y_k \leq_k z_k \Rightarrow x_k \leq_k z_k \Rightarrow (x_i) R (z_i)$$

$$- x_k \leq_k y_k \wedge y_i = z_i \quad \forall i \in I \Rightarrow x_k \leq_k z_k \Rightarrow (x_i) R (z_i)$$

$$- x_k \leq_k y_k \wedge y_j \leq_j z_j \quad \left\{ \begin{array}{l} k \leq j \Rightarrow y_i = z_i \\ j < k \Rightarrow x_k \leq_k z_k \end{array} \right. \Rightarrow (x_i) R (z_i)$$

$$(x_i) R (y_i)$$

$$j < k \Rightarrow x_i = y_i \quad i < k \Rightarrow x_k \leq_k z_k$$

$$\Rightarrow (x_i) R (z_i)$$

نقطة جميع الحاصلات في $(x_i) R (z_i)$ وبالتالي العلاقة R متعدية ومنه نستنتج ان علاقة

$$E = \prod_{i \in I} E_i \quad \text{ترتيب م}$$

(b) اذا كانت I مجموعة فائنة اي مجموعتين I_1, I_2 فائنتين $I_1 \cap I_2 = \emptyset$ وبالتالي فائنة

من اجل اي مجموعتين $(x_i), (y_i)$ حيث

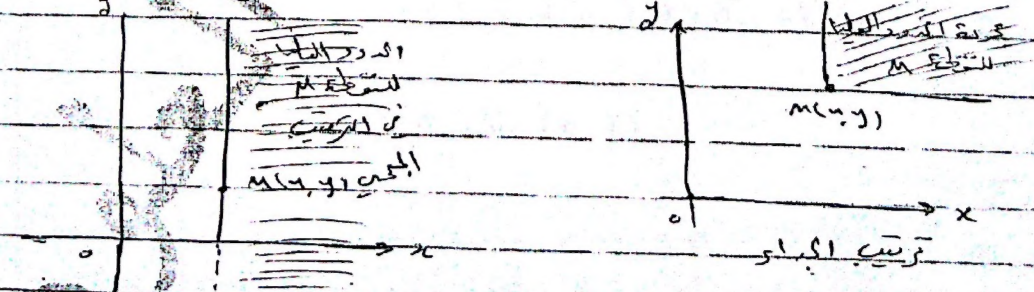
$$x_i = y_i \quad \forall i \in I \Rightarrow (x_i) R (y_i)$$

$$x_k + y_k \quad \text{حيث } k \text{ فردا مفردا يكون عددا زوجا}$$

مبانيات E_k - العلاقة بين الطرفين x_k, y_k من حيث $x_k \leq_k y_k$ او $y_k <_k x_k$

$$x_k \leq_k y_k \Rightarrow (x_i) R (y_i) \quad \text{او} \quad y_k <_k x_k \Rightarrow (y_i) R (x_i)$$

اذا كانت x, y من بين جميع الاحتمالات $E = \prod_{i \in I} E_i$ علاقة



جميع نقاط E تتسم بخاصية $x \leq y$ $\Leftrightarrow x = y$ $\Leftrightarrow x \leq y$ $\Leftrightarrow x = y$ $\Leftrightarrow x \leq y$ $\Leftrightarrow x = y$

محاضرات الدفتر

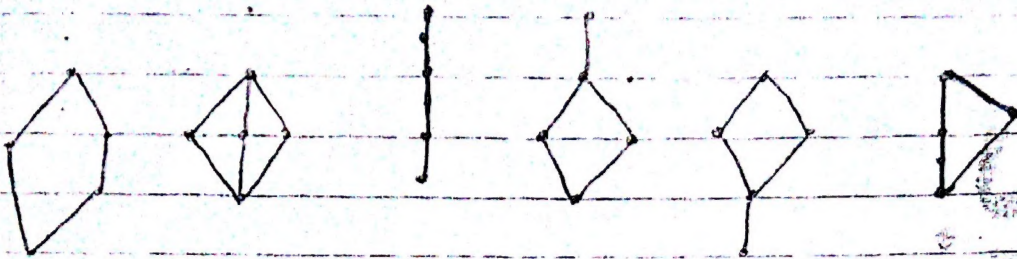
المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

أسماء معادلات الشبكات فاست الخانة عاشر



نرمز (3)

نرمز (3) فاست الخانة عاشر

$$I \cap J = I \cap J$$

$$I \cup J = I \cup J = \{x + y \mid x \in I \text{ و } y \in J\}$$

نرمز (3) فاست الخانة عاشر

المثل :

$$\forall I, J \in \mathcal{I} : I \subseteq I + J \Rightarrow I + J \text{ مجموعة}$$

لكن k مجموعة

$$\begin{aligned} I \subseteq k \\ J \subseteq k \end{aligned} \Rightarrow I + J \subseteq k$$

منه نستنتج ان $I + J$ مجموعة

$$I \cup J = I + J$$

$$\begin{aligned} I \cap J \subseteq I \\ I \cap J \subseteq J \end{aligned} \Rightarrow I \cap J \text{ مجموعة}$$

لكن k مجموعة

$$\begin{aligned} k \subseteq I \\ k \subseteq J \end{aligned} \Rightarrow k \subseteq I \cap J$$

نرمز (3) فاست الخانة عاشر

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

لنرمز بـ I, J فضاءات متجهية، أي لنرمز بـ $I \subseteq K$ حيث $I \cap J = \{0\}$ و $I + (J \cap K) = (I + J) \cap K$ و $I + (J \cap K) = (I + J) \cap K$

الكل

$$\begin{aligned} I + (J \cap K) &\subseteq I + J \\ I + (J \cap K) &\subseteq I + K \end{aligned} \Rightarrow I + (J \cap K) \subseteq (I + J) \cap (I + K) = (I + J) \cap K$$

$$\Rightarrow I + (J \cap K) \subseteq (I + J) \cap K$$

$$\forall x \in (I + J) \cap K \Rightarrow x \in I + J \text{ و } x \in K \Rightarrow \exists i \in I \text{ و } \exists j \in J \text{ و } x = i + j$$

$$x = i + j \text{ و } x \in K \Rightarrow j = x - i$$

$$\Rightarrow j = x - i \text{ و } x \in K \Rightarrow j \in K + I$$

$$(I \subseteq K) \Rightarrow j \in K$$

$$i \in I \text{ و } j \in J \text{ و } j \in K \Rightarrow i \in I \text{ و } j \in J \cap K$$

$$\Rightarrow x \in I + (J \cap K)$$

$$(I + J) \cap K \subseteq I + (J \cap K)$$

وهذه هي النتيجة

من المبرهنات التي تتجلى بسهولة وبشكل واضح في المبرهنات السابقة

تعريف الشبكة الزائدية

تعريف u :

في الشبكة F نقول عن المرشحة u أنها أولية إذا كانت $u \in F$ و $\forall v \in F \Rightarrow u \leq v$ أو $u \in F$ و $\forall v \in F \Rightarrow u \leq v$

(أ) إذا كانت u أولية فكل مرشحة v تكون $u \leq v$ فكل مرشحة v تكون $u \leq v$

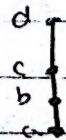
(ب) إذا كانت u أولية فكل مرشحة v تكون $u \leq v$ فكل مرشحة v تكون $u \leq v$

(ج) يجب أن تكون الشبكة التوزيعية كل مرشحة v تكون $u \leq v$ فكل مرشحة v تكون $u \leq v$

الكل:

$$c \vee d = d \text{ و } c \vee d = d \text{ و } c \vee d = d$$

أولية c ولا بد أن تكون $c \leq d$ فكل مرشحة v تكون $u \leq v$



(أ) الشبكة

المرشحة c, d, b هي $c \leq d$ و $c \leq b$ و $d \leq b$ فكل مرشحة v تكون $u \leq v$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

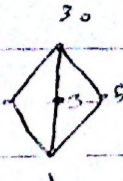
المادة :

السنة :

القسم :

(b) \mathcal{Z} الشبكة مع علامة يسم كوت ادو. P مجموعة مرتبطة في طاق الشبكة

ولذلك ليست أولية لأن $C(3,3) = 30 \neq 2 \vee 5$ لأن $\{3, 3, 3\} \neq 5$

[illegible]

$$x \wedge (x \vee y) = (x \wedge x) \vee (x \wedge y) = 0 \vee (x \wedge y) = x \wedge y$$

$$\Rightarrow x, y \in F \quad x, y \leq y \quad \text{and} \quad y \in F$$

وَبِالْبَنَاتِ كَالْبَنِينَ وَاللَّهُ سَمِيعٌ عَلِيمٌ
وَاللَّهُ يَخْتَارُ مَا لَكُمْ فِي الْقَضَاءِ بِأَنَّ الْوَعْدَ لَا يَأْتِيكُمْ إِلَّا بِخَيْرٍ وَأَلَّا تَعْلَمُوا

تَرْمِیْنِ و

لَكِنْ فِي سَكْرَةِ الْغَيْبِ مِنْ عِندِ الرَّحْمَنِ السَّامِعِينَ

$$f(x, y, z) = (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)$$

$$g(x, y, z) = (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

1. إذا كانت $f = g$ تكونية ما c

(b) $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{r}^2 \right) = m \dot{r} \ddot{r}$

الحل:

(٩) بنی من اے کے توہم سے

$$p(x, y, z) = (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)$$

$$T_{\text{مربوعة}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Imp6} = [x \vee (y \wedge z)] \wedge [y \vee (z \wedge x)]$$

$$= [(x \vee y) \wedge (x \vee z)] \wedge [(y \vee z) \wedge (y \wedge x)]$$

$$= (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (x \vee z) = y(x, y, z)$$

$$\Rightarrow f = y$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

(b) نبين ان $f=g$ ان كان $x \leq z$ في جميع حالات x, y, z

$$f(x, y, z) = (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)$$

$$= (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee x$$

$$= x \vee (y \wedge z)$$

$$g(x, y, z) = (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

$$= (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge z$$

$$= (x \vee z) \wedge z$$

ولذلك $f=g$ في جميع حالات x, y, z

نبين ان f تعبرية

$$x \wedge f = x \wedge [(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)] = [x \wedge (x \wedge y) \vee (x \wedge (y \wedge z) \vee (x \wedge (z \wedge x)))] \wedge x$$

$$= (x \wedge y) \vee [(x \wedge (y \wedge z) \vee (x \wedge (z \wedge x)))] \wedge x$$

$$= (x \wedge y) \vee [(x \wedge (y \wedge z) \vee (x \wedge (z \wedge x)))] \wedge x$$

$$= (x \wedge y) \vee (x \wedge (y \wedge z) \vee (x \wedge (z \wedge x)) \wedge x)$$

$$= (x \wedge y) \vee (x \wedge (y \wedge z) \vee (x \wedge (z \wedge x)))$$

$$= (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$$

لذلك $f \geq y \wedge z$

$$x \wedge g = x \wedge ((x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)) = x \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

$$= x \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

$$= x \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

$$= x \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

ولذلك $f=g \Rightarrow x \wedge f = x \wedge g$

من (a) و (b) نستنتج ان f تعبرية